

**UPUTE:**

- za DZ (prije prvog sata obrade) istraži gdje se oko nas pojavljuje oblik elipse, isprintaj nekoliko sličica na koje si pri tome naišao, zalijepi ih na naslovnu stranu (strana br. 3) te je na taj način ukrasi (nemoj zaboraviti napisati ili zalijepiti naslov: ELIPSA te napisati ime, prezime i razred te datum kada si počeo istraživati elipsu)
- prati upute koje ti pišu u ovom dokumentu i riješi postavljene zadatke
- kao nastavnica ću, tijekom obrade i vježbe nastavne teme Elipsa, pratiti tvoj rad (putem promatranja, razgovora, rješavanja križaljke, kviza, radnog listića), ponašanje, znanje, vještine, interes, razumijevanje, razinu zadatka kojima si ovladao i sposobnost za nastavak poučavanja (tj. trebaš li doći na dopunsku nastavu) te ću svoja zapažanja redovito upisivati u e- dnevnik kako bi dobio povratnu informaciju o svojem uspjehu, o tome što treba popraviti kako bih te potaknula na što kvalitetniji i temeljitiji rad te kako bih povećala tvoju motivaciju
- objasnit ću obrazovne ishode tj. učenička postignuća koja se očekuju kako bi znao čemu trebaš težiti i što od tebe kao nastavnica očekujem

**CILJ:**

Razviti kod učenika logički način razmišljanja i matematičku intuiciju, potaknuti odgovornost, samostalnost u radu, preciznost, razviti kompetencije za rješavanje problema iz fizike, arhitekture,...

**OBRAZOVNI ISHODI** tj. tvrdnje o tome što se od tebe očekuje da znaš, razumiješ, da si sposoban pokazati nakon procesa učenja o elipsi :

**ZADATAK 1.**

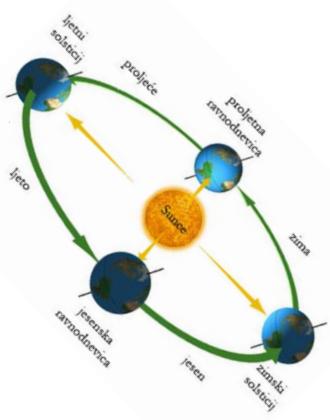
- prepoznati krivulju koju zovemo elipsa
- iskazati definiciju elipse riječima i objasniti iskaz na skici elipse
- napisati definiciju elipse pomoću matematičkih simbola

**ZADATAK 2.**

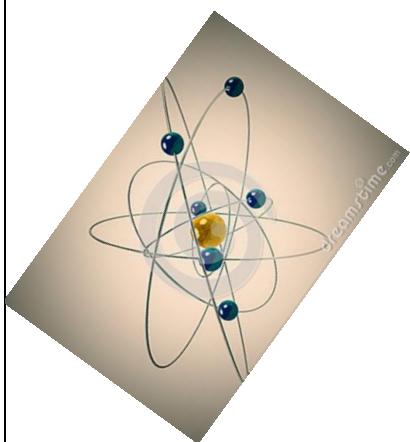
- skicirati elipsu sa zadanim elementima
- označiti na elipsi važne točke, njihove koordinate i te točke imenovati
- označiti važne duljine i imenovati ih
- označiti radij- vektore proizvoljne točke na elipsi
- očitati sa skice zadane elemente
- rabiti vezu između male i velike poluos i linearog ekscentriteta
- usporediti veliku poluos, malu poluos i linearni ekscenticitet
- procijeniti iz kojeg je intervala numerički ekscenticitet elipse te argumentirano objasniti procjenu

**ZADATAK 3.**

- prepoznati jednadžbu elipse zapisanu u segmentnom i kanonskom obliku
- odrediti jednadžbu elipse iz njezinih elemenata i obrnuto
- modelirati probleme iz svakodnevnog života
- kreirati zadatak iz svakodnevnog života koristeći elipsu



# ELIPSA



IME I PREZIME : \_\_\_\_\_

RAZRED : \_\_\_\_\_

DATUMI IZRADE RADNOG LISTA: \_\_\_\_\_

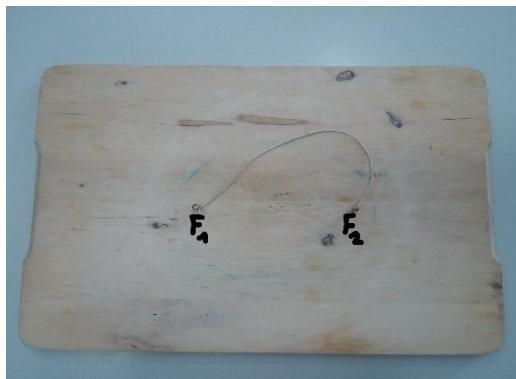
## ZADATAK 1.: Uvodno o temi...

### 1. KORAK:

Uzmi drvenu ploču (ona ima ulogu ravnine) na kojoj se nalaze dva čavlića i konop koji ih povezuje. Točku u koju je zabijen lijevi čavlić označi s  $F_1$ , a onu u koju je zabijen desni čavlić s  $F_2$ .

Nacrtaj skicu tlocrta gore navedenog.

TLOCRT 1.:



Pomoću krojačkog metra izmjeri duljinu konopa. Mi ćemo tu duljinu označiti s  $2a$ . Zatim izmjeri međusobnu udaljenost čavlića, odnosno čvrstih točaka  $F_1$  i  $F_2$ .

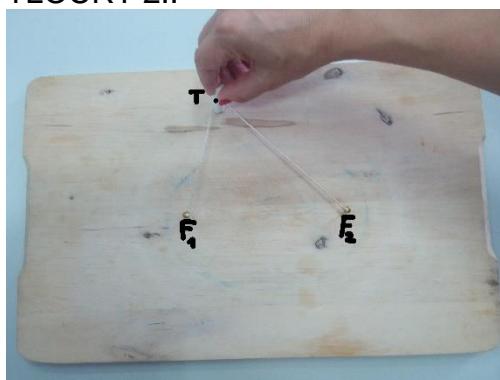
Rezultati mjerena:  $2a = \underline{\hspace{2cm}}$  cm  
 $d(F_1, F_2) = \underline{\hspace{2cm}}$  cm

Usporedi te dvije udaljenosti:  $2a \boxed{\phantom{00}}$   $d(F_1, F_2)$

### 2. KORAK:

Zatim uzmi kredu s kojom ćeš nategnuti konop. Točku u kojoj je kreda označi s  $T$ . Nacrtaj skicu tlocrta s nategnutim konopom i točkom  $T$ .

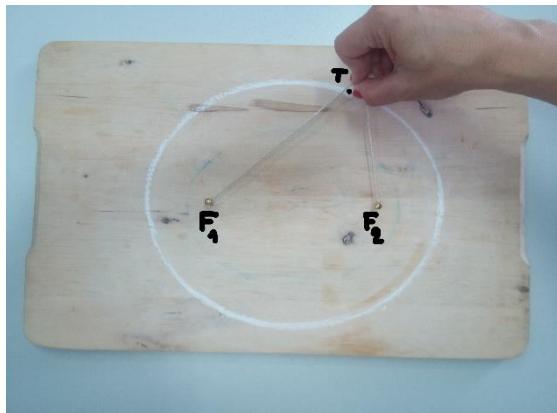
TLOCRT 2.:



### 3. KORAK:

Kredu, kojom si nategnuo konop, pomiči tako da konop bude stalno napet i s kredom ostavljam trag na drvenoj ploči. Nacrtaj skicu tlocrta drvene ploče s, do kraja, nacrtanim tragom te napetim konopom i kredom u točki T.

TLOCRT 3.:



U obliku koje krivulje je trag krede na drvenoj ploči ? \_\_\_\_\_

Iz tlocrta 2. zaključi čemu je jednak zbroj udaljenosti (ne koristi konkretan broj, već oznaku koju smo koristili u nekom od prethodnih koraka):

$$d(F_1, T) + d(F_2, T) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ako točku T pomaknemo po elipsi i promijenimo joj mjesto, hoće li i dalje vrijediti gore napisana jednakost?

DA - NE

Obrazloži odgovor:

Nadopuni rečenicu:

ELIPSA je skup svih točaka \_\_\_\_\_ kojima je \_\_\_\_\_ udaljenosti od dvije čvrste točke uvijek \_\_\_\_\_.

Pogledaj u udžbeniku definiciju elipse i usporedi s gore napisanom tvrdnjom.

U dolje označenom okviru prepiši definiciju iz udžbenika (onu koja je napisana u obliku rečenice i onu koja je zapisana simbolima).

**DEFINICIJA ELIPSE:**

Riječima:

Simbolima:

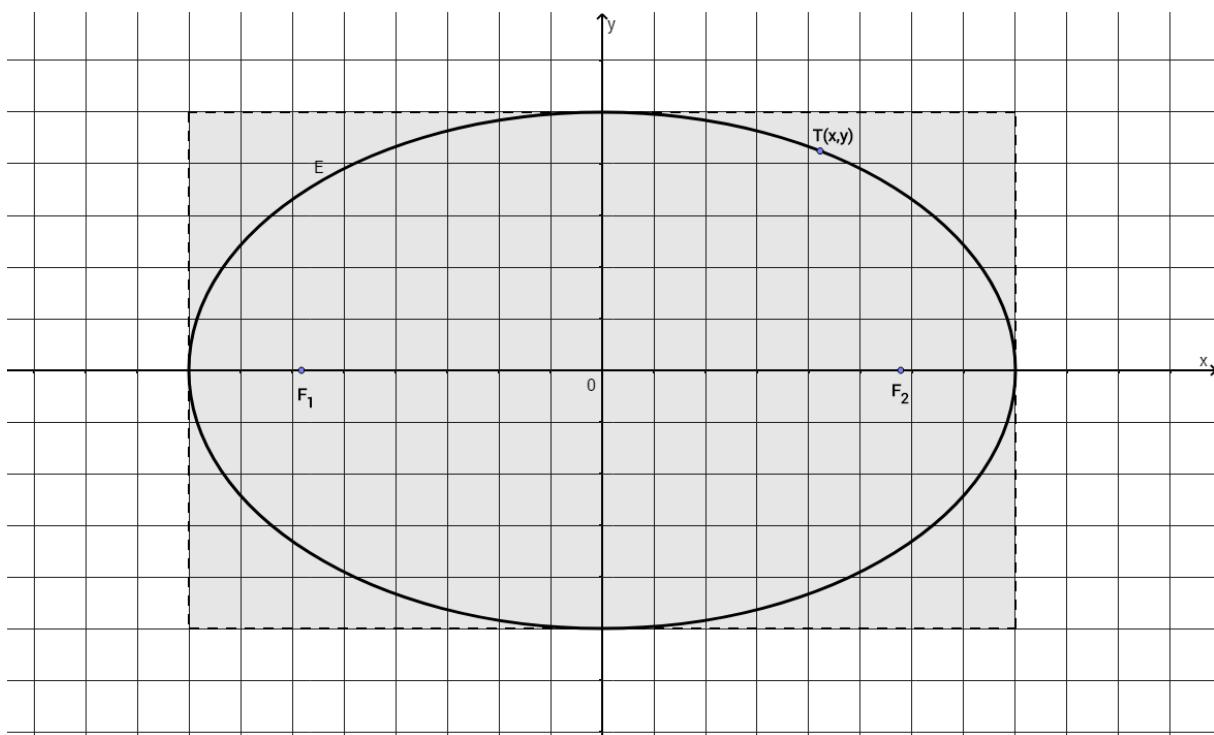
\*\*\*\*\* vrednovanje 1 !!!!

## ZADATAK 2.: Istražimo za elipsu sve važne točke, duljine, odnose...

Mi ćemo se baviti elipsama čija su središta u ishodištu koordinatnog sustava.

### 1. KORAK:

Koristeći dolje napisanu legendu popuni nacrtanu sliku s važnim točkama, njihovim koordinatama, vektorima, udaljenostima:



#### LEGENDA:

	NAZIV	ZNAČENJE
<i>os x</i>	glavna os	pravac na kojem se nalaze fokusi
<i>os y</i>	sporedna os	simetrala spojnice fokusa
<i>O</i>	središte elipse	sjecište glavne i sporedne osi
<i>A, B, C, D</i>	tjemena elipse	točke u kojima elipsa ima najmanju, odnosno najveću zakrivljenost
<i>F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub></i>	fokusi (žarišta) elipse	
$\vec{F_1T} = \vec{r_1}, \vec{F_2T} = \vec{r_2}$	radij- vektori točke T	vektori koji spajaju fokuse i točku na elipsi
<i>AB</i>	velika os	
<i>2a</i>	duljina velike osi	udaljenost tjemena na glavnoj osi
$\overline{OA}, \overline{OB}$	velika poluos	
<i>a</i>	duljina velike poluosi	udaljenost od središta do tjemena na glavnoj osi
<i>CD</i>	mala os	
<i>2b</i>	duljina male osi	udaljenost tjemena na sporednoj osi
$\overline{OC}, \overline{OD}$	mala poluos	
<i>b</i>	duljina male poluosi	udaljenost od središta do tjemena na sporednoj osi
<i>e</i>	linearni ekscentricitet	udaljenost od središta do fokusa
<i>ε</i>	numerički ekscentricitet	omjer linearog ekscentriciteta i velike poluosi tj. mjera „izduženosti“ elipse

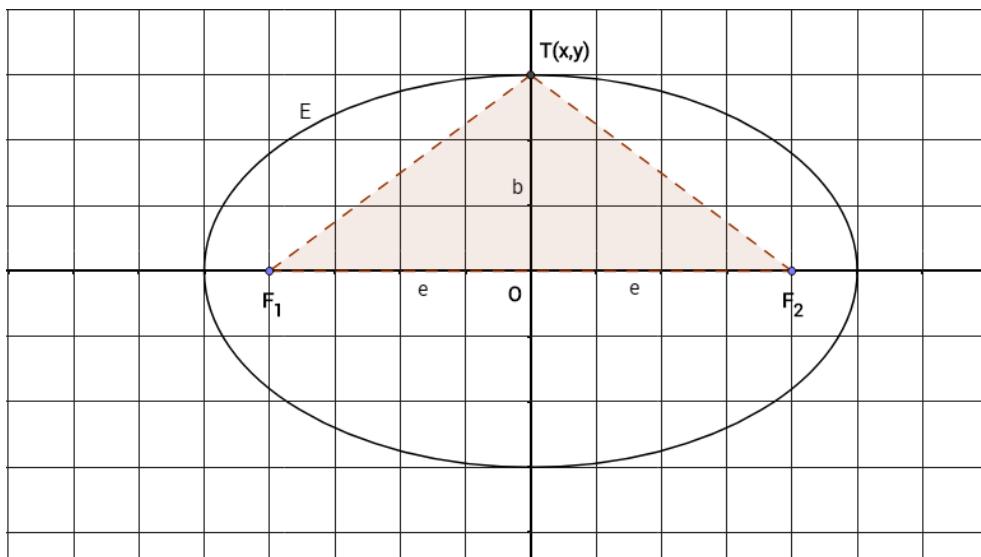
Iz kojeg su intervala a, b i e ako su to udaljenosti? \_\_\_\_\_

## 2. KORAK:

Pogledajmo dolje nacrtanu elipsu kojoj je proizvoljna točka T elipse pala baš u jedno tjeme.

Što možeš zaključiti o duljinama  $d(F_1, T)$  i  $d(F_2, T)$ ? \_\_\_\_\_ .

Obrazloži odgovor: \_\_\_\_\_ .



Budući po samoj definiciji elipse vrijedi da je  $d(F_1, T) + d(F_2, T) = 2a$ , iz toga i gornjeg zaključka slijedi da je

$$d(F_1, T) = \underline{\hspace{2cm}} \quad d(F_2, T) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(napisano označi na gornjoj slici)

Sada se iz slike vidi veza (u obliku formule) između a, b i e : \_\_\_\_\_

Usporedi (zapiši simbolima) a i b :    a  b

a i e :    a  e

Iz legende se vidi da se numerički ekscentricitet \_\_\_\_\_ može izračunati po formuli:

Nakon promatranja gornjih odnosa među važnim udaljenostima elipse zaključujem da je numerički ekscentricitet iz sljedećeg intervala :

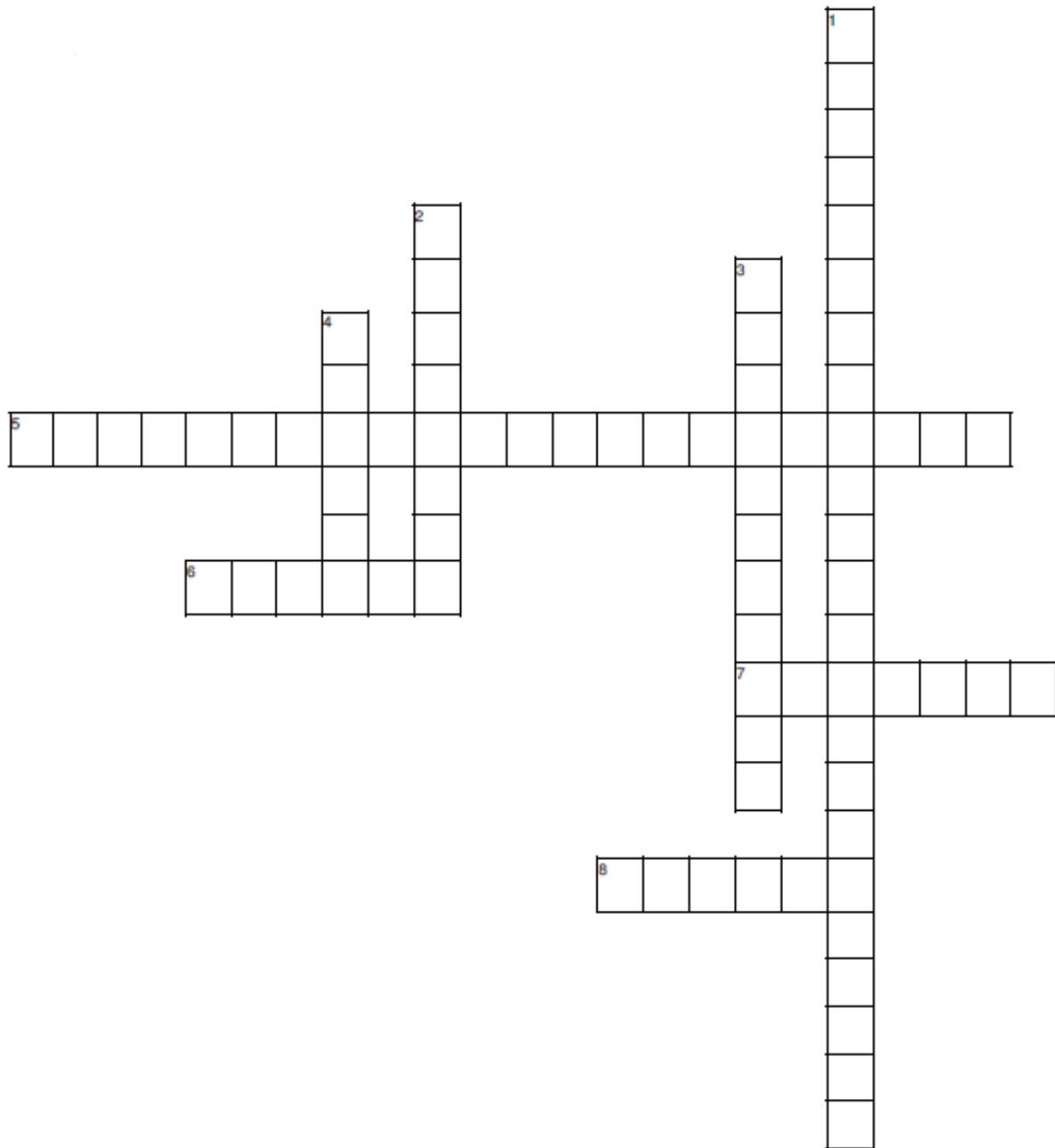
$$\varepsilon \in$$

\_\_\_\_\_

**OBRAZLOŽI ODGOVOR:**

Kako bi provjerio/la svoje znanje o osnovnim elementima elipse, riješi sljedeću križaljku:

## ELIPSA-OSNOVNI POJMOVI



### Across

5. Udaljenost fokusa od središta elipse
6. Udaljenost tjemena koja se nalaze na sporednoj osi
7. Točke u kojima elipsa siječe glavnu i sporednu os
8. Dvije čvrste točke koje leže na glavnoj osi elipse

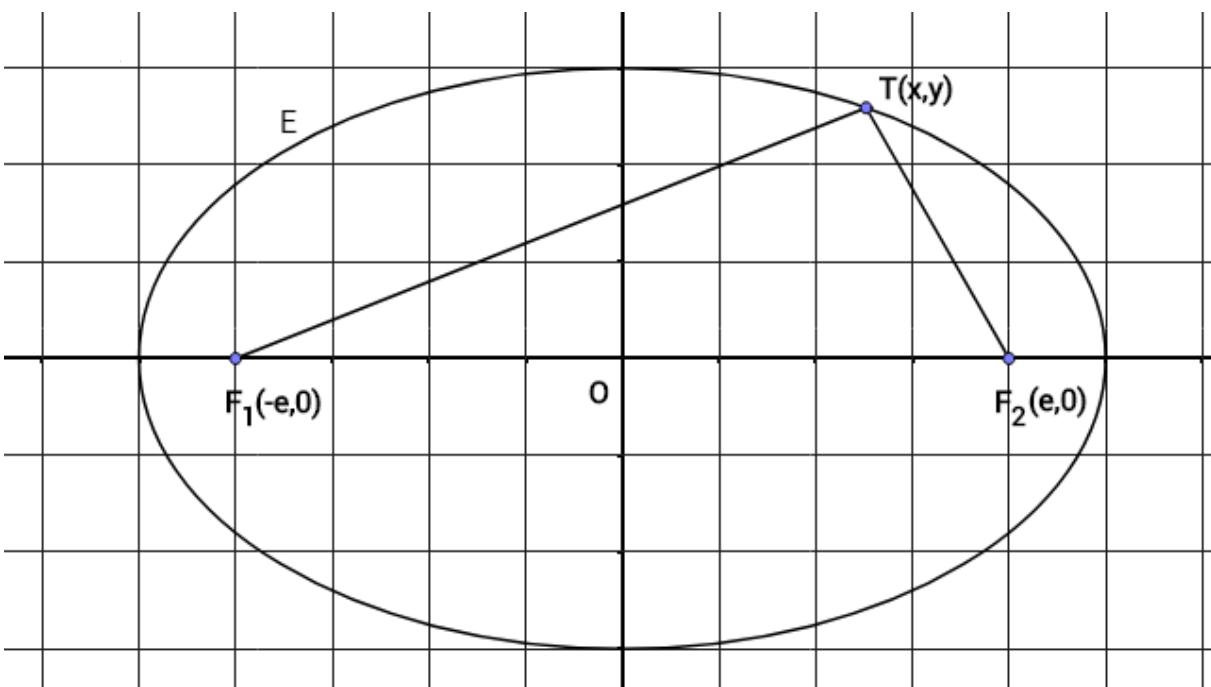
### Down

1. Kvocijent linearog ekscentriteta i velike poluosi
2. Udaljenost tjemena koja se nalaze na glavnoj osi
3. Vektor koji spaja fokus s točkom elipse
4. Skup svih točaka T ravnine za koje je zbroj udaljenosti od dvije čvrste točke stalan

\*\*\*\*\* vrednovanje 2 !!!!

### ZADATAK 3.: Kako glasi jednadžba elipse?

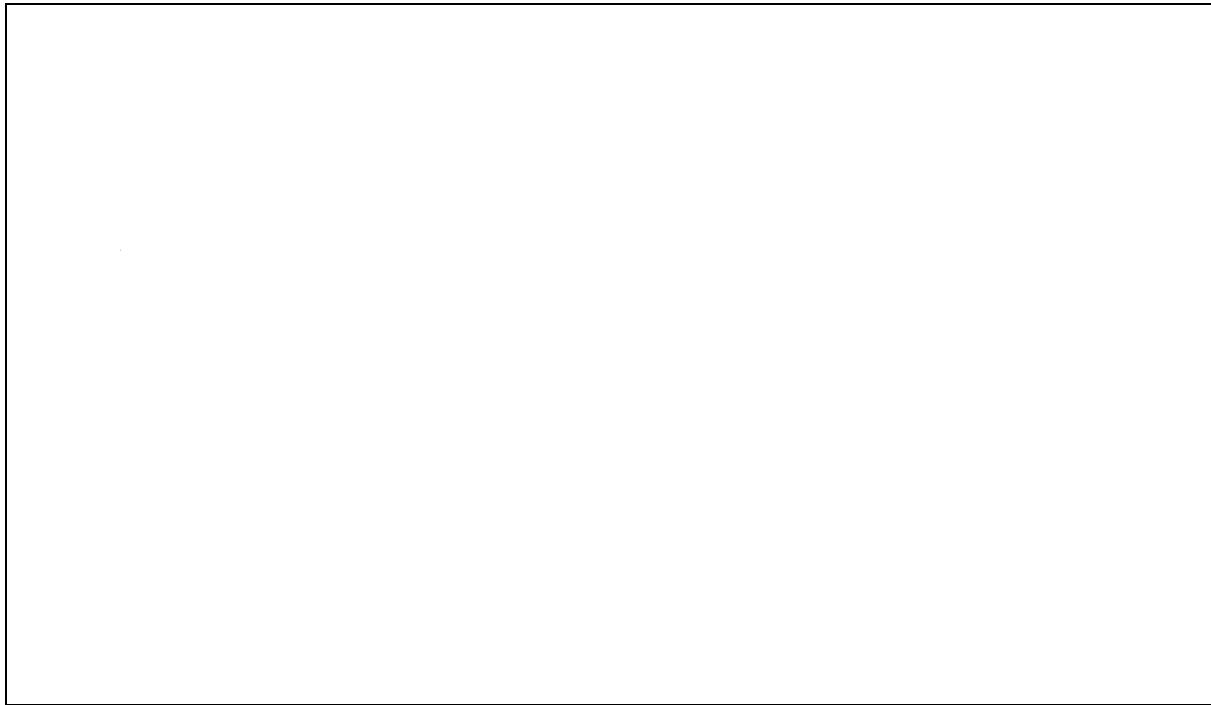
Pogledaj sljedeću sliku:



Iz definicije elipse slijedi : \_\_\_\_\_

Budući mi znamo koordinate točaka  $F_1$ ,  $F_2$  i  $T$ , a isto tako i formulu za udaljenost dvije točke u koordinatnom sustavu, gore napisana jednadžba prelazi u jednadžbu oblika:

(UPUTA: Kvadriraj jednadžbu ; koristi vezu između  $a$ ,  $b$  i  $e$ ; smanji koeficijente; kada zastaneš upotrijebi udžbenik ili pomoć nastavnice)

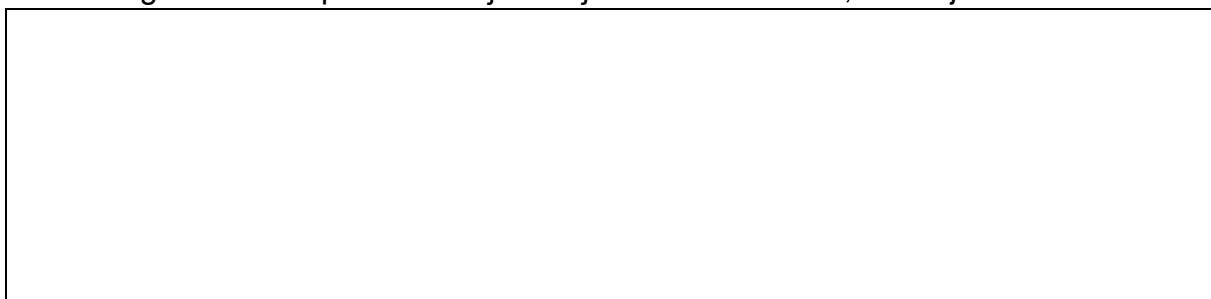


### ZAKLJUČIMO O JEDNADŽBI ELIPSE:

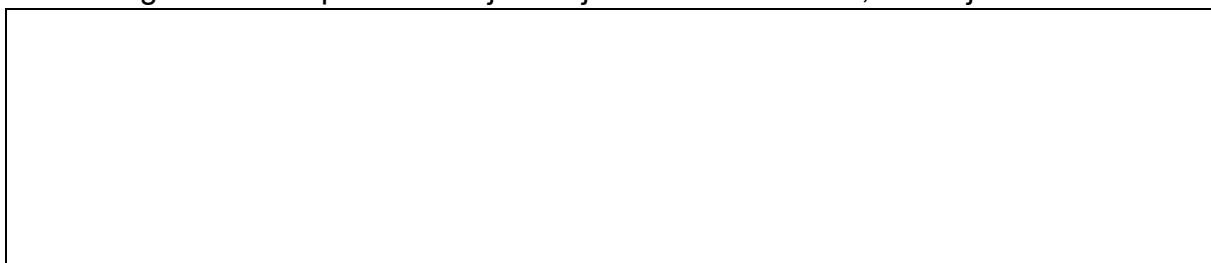
Jednadžba elipse u osnom ili kanonskom obliku:

Jednadžba elipse u segmentnom obliku:

Što bi mogao reći o elipsi za slučaj kada je  $a=b$  ? Ako treba, nacrtaj si skicu...



Što bi mogao reći o elipsi za slučaj kada je  $a < b$  ? Ako treba, nacrtaj si skicu...



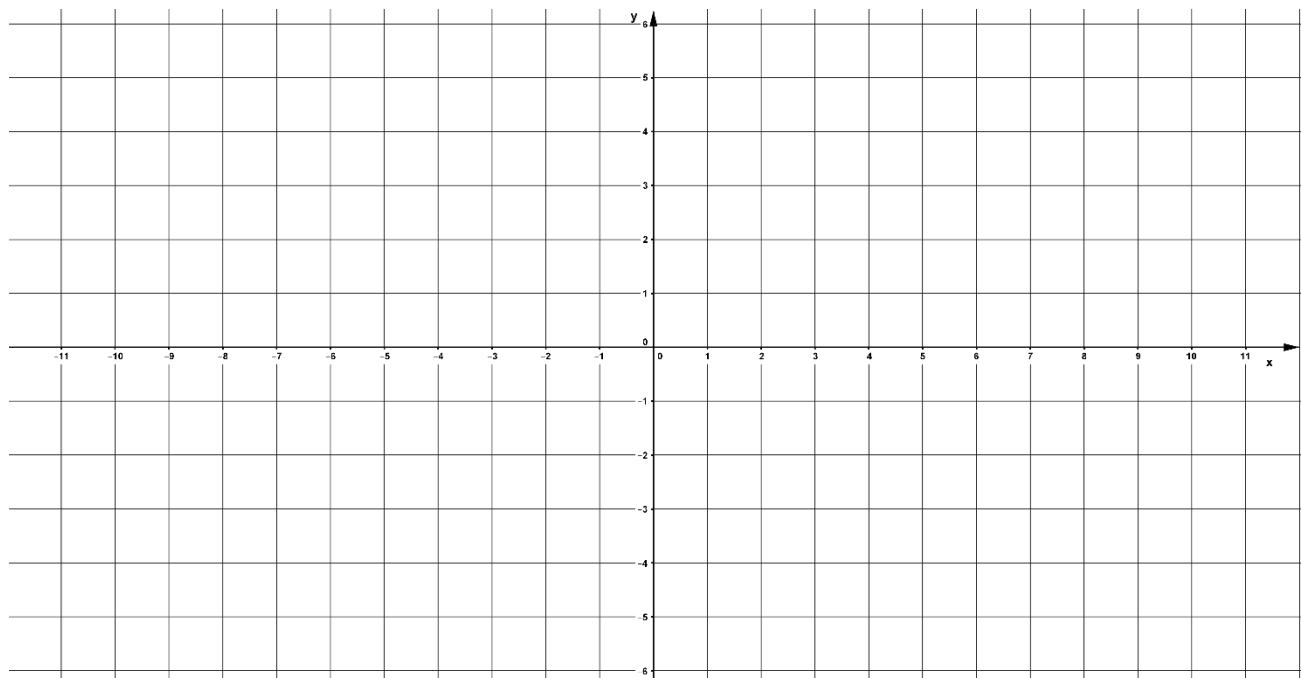
\*\*\*\*\* vrednovanje3 !!

Provjeri, rješavajući sljedećih pet zadatka, jesи li shvatio osnovno o elipsi?

1. Jedan fokus elipse je  $F_1(-8,0)$ , a duljina male osi je 12. Nađi:
  - a) koordinate svih tjemena
  - b) Nacrtaj skicu elipse (crtajući pomoćni pravokutnik)

RAČUN:

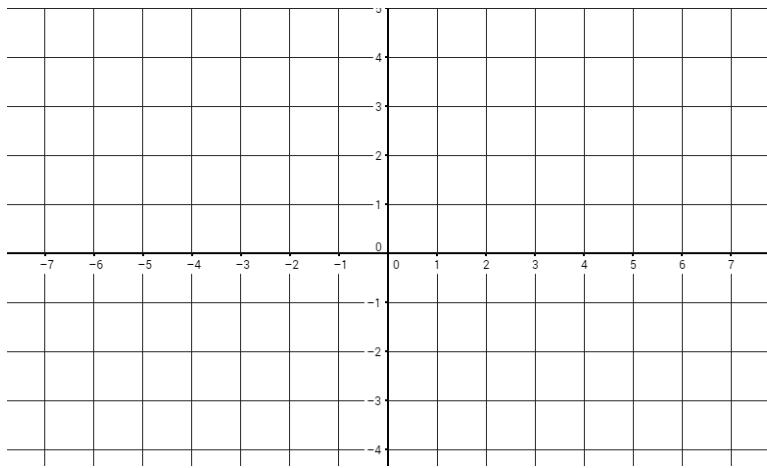
TJEMENA: \_\_\_\_\_



2. Kako glasi jednadžba elipse kojoj je numerički ekscentricitet 0.6, a velika poluos 5. Nacrtaj skicu elipse (crtajući pomoćni pravokutnik).

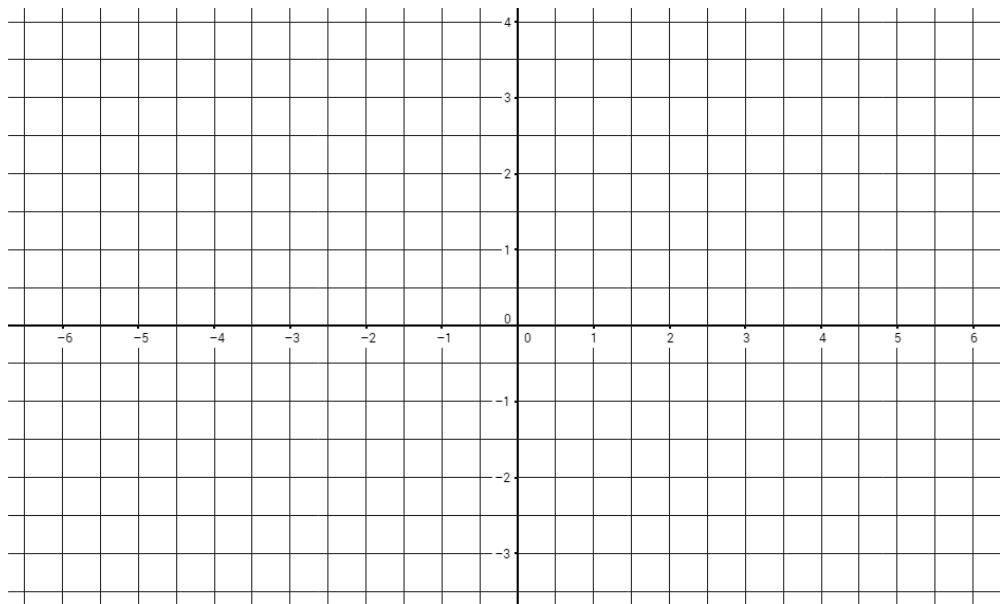
RAČUN:

JEDNADŽBA ELIPSE: \_\_\_\_\_



3. Nacrtaj skicu elipse čija je jednadžba  $4x^2+9y^2=81$  i na skici označi tjemena i fokuse.

RAČUN:



4. Odredi jednadžbu elipse koja prolazi točkama A(-6,1) i B(2,-3).

RAČUN :

JEDNADŽBA ELIPSE: \_\_\_\_\_

I.....ŠEĆER NA KRAJU.....RIJEŠI ZADATAK U KOJEM VIDIMO PRIMJENU  
ELIPSE U SVAKODNEVNOM ŽIVOTU....

5. Poprečni presjek rakete je u obliku elipse kojoj je velika os 4.8m, a mala 4.2m.

U nju treba staviti meteorološki satelit koji je u presjeku pravokutnog oblika.

Koliko najviše satelit može biti širok ako mu je duljina 4.4m ?

Uputa: skica čini čuda!

ODGOVOR : \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\* vrednovanje4 !!

Naradili smo se, a sada  
idemo na zaslужeni  
odmor!!!!



**SAMOVREDNOVANJE- Elipsa**

Učenik: \_\_\_\_\_

	UVIJEK	ČESTO	PONEKAD	KOMENTIRAJ, AKO IMAŠ POTREBU
Razumijem zadatak s kojim se trebam baviti				
S lakoćom koristim matematičku literaturu				
S lakoćom koristim tehnologiju u svrhu učenja, rješavanja matematičkog problema ili provjere dobivenog rezultata				
Upute nastavnika su mi razumljive				
Samostalno dolazim do ideje koja me vodi ka rješenju				
Uočavam odnose među veličinama				
Koristim matematičke izraze i simbole				
Uspješno provodim račun				
Iz konteksta zadatka prepoznajem elemente koji su zadani				
Prikazujem elipsu grafički pomoću zadanih elemenata				
Poznavanje nastavne teme „Kružnica“ pomaže mi u svladavanju „Elipse“				
Samostalno dolaženje do zaključka (bez nastavnice) mi je poticajno				
Zbog takvog načina rada (otkrivanje) gradivo dulje ostaje u sjećanju				
Odgovoran sam				
Aktivan sam pri obavljanju postavljenih zadataka				
Aktivno sudjelujem u raspravi s ostalim učenicima				
Trebaš li dodatnu pomoć (dopunski sat) ?				

## VREDNOVANJE RADA NASTAVNICE – Elipsa

	DA	NE	KOMENTIRAJ, AKO IMAŠ POTREBU
Razumijem kada nastavnica tumači zadatke ili gradivo			
Kada nešto ne razumijem, ili želim saznati, mogu pitati nastavnici			
Nastavnica me potiče koristiti različite izvore učenja			
Nastavnica me potiče koristiti tehnologiju u svrhu učenja, rješavanja problema, provjere rezultata...			
Nastavnica povezuje gradivo sa situacijom iz života (vidim svrhu učenja)			
Nastavnica mi ukazuje s poštivanjem što je dobro, a što trebam popraviti			
Atmosfera na satu je radna i ugodna			
Nastavnica dodatno objašnjava ono što mi nije jasno			
Ako pazim na satu i ako sam aktivan, te ako se potrudim napisati DZ mogu naučiti gradivo			